

# Dimitrie Pompeiu, personificarea matematicii de finețe (A mathematician of the fineness: Dimitrie Pompeiu)

SOLOMON MARCUS

Str. Sfinții Voievozi nr. 41-45, apt. 32, 010965, București-12

In 1905, Dimitrie Pompeiu shocked the world capital of complex analysis, Paris, with a thesis stating the anti-intuitive claim of the existence of a class of analytic functions continuous on their set of singularities. The perplexity came from the fact that concomitantly another thesis, by Ludovic Zoratti, claimed just the impossibility of such a class, which was in agreement with intuitive expectations. But Pompeiu was right. Most of his subsequent results were in the same order of intellectual constructions characterized by elegance, simplicity, originality and with impact in various directions. His bounded derivative having a finite Riemann integral on no compact interval had impact in topology, differential equations and other branches of mathematics. Mentor of Onicescu, Nicolescu, Moisil and Teodorescu, Pompeiu remains a term of reference for Romanian mathematics.

*Keywords:* Analytic functions, Singularity, Continuity, Anti-intuitive, Integrability, Derivative



## Stând pe umerii unor giganți

De la multi am învățat, cu mulți m-am simțit pe aceeași lungime de undă și această solidaritate intelectuală, cu oameni din generații dintre cele mai diferite, constituie forța unei culturi, rezistența ei în fața istoriei, garantează supraviețuirea și progresul ei. Când deschizi site-ul *google scholar*, te întâmpină

sloganul *Stand on the Shoulders of Giants*. Cu alte cuvinte, suntem invitați să conștientizăm cât datorăm acelor oameni pe care-i căutam pe *google scholar*, deoarece posibilitatea de a ne sui pe umerii lor ne dă șansa de a ajunge mai sus decât au ajuns ei, pentru ca alții, care vin după noi, să simtă nevoia să se urce pe umerii noștri, și tot așa, generații succesive duc la o scară din ce în ce mai înaltă, precum coloana infinită a Maestrului de la Jiu. Față de nimeni nu am simțit o afinitate atât de mare ca aceea pe care am trăit-o față de Dimitrie Pompeiu, în care m-am regăsit cu tot ceea ce mi se pare esențial: natura curiozităților sale, apetența pentru paradox, pentru construcțiile insolite, care scandalizează intuiția comună, natura sa lirică, reflexivă, contemplativă, dicțiunea sa la interfața dintre vorbire și cântare, întârzierea sa asupra acelor aspecte care te conduc la frontiera dintre realitate și vis. Ce căuta el într-o sală, în care venise poetul George Bacovia, să-și recite niște versuri? De ce a ținut el să-i spună poetului că matematica iubește poezia? Răspundem: pentru că matematica, în general, dar, cu deosebire aceea făcută de Pompeiu, era ea însăși poezie, era artă. În toată alcătuirea sa mă regăsesc și dacă l-am considerat un bunic al meu spiritual, m-am justificat prin a-l fi avut profesor direct pe un fiu spiritual a său, Miron Nicolescu și un alt mentor al meu, Gr. C. Moisil, fiind tot fiu spiritual al lui Pompeiu.

## L-am văzut și l-am auzit

Sunt puține cazuri în care vorbind despre o personalitate pe care am cunoscut-o, am citit-o, să mă

simt atât de implicat sufletește ca în cazul lui Dimitrie Pompeiu. Ca student, nu știam nimic despre el. Dar s-a întâmplat să-l văd și să-l aud, fiindcă am făcut studenția într-o perioadă în care Pompeiu încă mai trăia, bătrân și foarte obosit, având o cădere la vârsta octogenară. Îmi aduc aminte, când l-am sărbătorit la Academie; din cele aflate, nu se mai compara cu ce era el cu câțiva ani mai devreme, bărbat care te cucerea din toate punctele de vedere. Ca urmare a căderii înspre vârsta octogenară, se micșorase fizic și părea obosit. Miron Nicolescu îl conducea de braț pe culoarele facultății. L-am ascultat cu prilejul vizitei unor matematicieni francezi la București, printre care și Arnaud Denjoy; prin cele câteva fraze cu care Pompeiu l-a prezentat, se vedea, imediat, că era altceva decât întâlnim noi de obicei la un matematician. Eleganța și finețea îl caracterizau.

### **De aceeași vârstă, dar foarte diferiți: Țițeica și Pompeiu**

Pompeiu, ca și Țițeica, s-a născut în 1873. Cu ei începe cercetarea matematică românească de cursă lungă, pentru că cei de dinaintea lor, Spiru Haret, David Emmanuel sunt oameni de mare valoare care, după teze de doctorat strălucite la Paris, s-au sacrificat, dedicându-se tuturor acțiunilor sociale, care trebuiau demarate în România acelor ani și se știe foarte bine în ce au constat aceste acțiuni, nu mai e cazul să le mai reamintesc. Cu Țițeica și Pompeiu începe în România cercetarea matematică dezvoltată pe parcursul unei întregi vieți. Dar, ei erau atât de diferiți, parcă erau anume croiți ca să marcheze cât de mare poate să fie diferența umană din toate punctele de vedere.

Am putea spune că Țițeica era „furnica”, iar Pompeiu era „albina”. Țițeica era matematicianul care trebuia să sape adânc și, în mod continuu, mereu într-o direcție bine stabilită, Pompeiu era „albina” sau, dacă vreți, „fluturele” care zboară din floare în floare, culege, semnaleză, dar nu întârzie într-un loc prea mult; este clar că Pompeiu, pe unde a umblat, a făcut spectacol, adică a atras atenția. Greu de găsit o lucrare a lui Pompeiu care să nu fi intrat în atenția unui anumit tip de public cultural, științific, matematic etc.

### **Profund moldovean**

Am avut mulți oameni de știință din nordul Moldovei, dar parcă niciunul nu a fost atât de moldovean ca Dimitrie Pompeiu. Trebuie să vă spun

că au rămas de la el și termeni care au făcut epocă, *teoria gloatelor* pentru ceea ce noi numim acum „teoria mulțimilor”, sau, de pildă, îmi aduc aminte, la o adunare din 1945 la Ateneul Român condusă de el, a încheiat zicând: *ordinea de zi fiind sleită, declarăm adunarea închisă*. Țipa Moldova în el. Tot aici ne-am adunat, recent, pentru a ne aminti de Octav Onicescu. Onicescu nu practica un limbaj care să trădeze așa ușor originea sa nord-moldavă; dar, atunci când spunea *oleacă* în loc de „puțin”, nu mai lăsa nicio îndoială. În general, Onicescu vorbea limba română literară, dialectul muntean.

### **Născut pentru matematică**

Pompeiu a pornit foarte sărac, nici prin gând nu i-a trecut lui să facă cercetare. El știa că este destinat să fie învățător. A făcut școala normală de învățători. S-a întâmplat, însă, să aibă norocul, după ce a funcționat ca învățător la Ploiești și în alte părți, să beneficieze de un ajutor financiar și să ajungă la Paris. Abia acolo și-a făcut liceul și a dat bacalaureatul; dar, prin ceea ce s-a dovedit a fi fost esența personalității sale, era un matematician născut și nu făcut, era un artist născut și nu făcut și asta a fost toată viața.

### **Pompeiu, ca român al Paris-ului**

A ajuns la Paris, cum au ajuns atâția români, încă de pe la 1848. Din secolul al XIX-lea, până spre mijlocul secolului trecut, am avut un lung șir de români care au explodat ca personalități creatoare la Paris. Încă nu beneficiem de o analiză a acestui fenomen extraordinar. Evident, nu mă refer la toți, sunt și unii care au trecut fără urme, dar sunt mulți care au trecut și au marcat prin personalitatea lor epoca. Gândiți-vă de pildă, ca să dau câteva exemple, la unii dintre pașoptiști. Apoi, la Spiru Haret, cu o teză de doctorat, care a creat o mare emoție. Pe urmă, gândiți-vă la istoricul A. D. Xenopol; la 1900, la Paris, lansează o teorie a istoriei care venea ca o noutate extraordinară și a intrat în polemică chiar cu mari matematicieni francezi, dar la noi nu au ajuns aceste lucruri, din păcate. Și după aceea: Pompeiu cu teza sa, Stoilow cu teza sa, iarăși un moment de ruptură, pentru că teoria topologică a funcțiilor cu care venea Stoilow, ca răspuns la o problemă propusă de Brouwer, era cu totul împotriva așteptărilor, o caracterizare topologică a funcțiilor analitice și așa mai departe. Fizicianul Alexandru Proca a explodat și el la Paris. Tot acolo a devenit celebru Tristan Tzara.

Pe toți acești români de faimă, ca Eliade, Cioran, Ionesco, ce-i caracterizează? Pe toți aceștia, și o să vedeți că apare acest element și la Dimitrie Pompeiu, îi caracterizează faptul că s-au manifestat într-un mod, ca să spun așa, *anti-establishment*, împotriva ordinii constituite, a ordinii tradiționale, fiecare în domeniul său, evident.

### O teză de doctorat care a produs senzație

În 1905, Pompeiu susține la Paris o teză de doctorat și, în același an, Ludovic Zoretti susține și el o teză de doctorat, în care susține exact contrariul a ceea ce susține Pompeiu: posibilitatea unei clase de funcții analitice continue pe mulțimea singularităților, în timp ce celălalt susținea că sunt discontinue. Ceea ce susținea Zoretti era în conformitate cu așteptările, pentru că intuitiv, o funcție, pe mulțimea ei de singularități, o mulțime perfectă, nicăieri densă, nu ar avea cum să se manifeste decât discontinuu. Dar, Pompeiu gândea mai adânc, pentru că el nu era numai cu ochii pe matematică, era cu ochii și pe natură și vedea că ceea ce se întâmplă cu potențialul newtonian și logaritmă sugerează, mai degrabă, continuitate. Nu știu, dacă Denjoy nu a fost contaminat de ideea lui Pompeiu; atunci când Denjoy a introdus derivata asimptotică sau aproximativă, cum se numește, uneori, unii s-au mirat de ce Denjoy dorea să înlocuiască derivata clasică cu alta? Pentru că asta îi spunea structura discontinuă a materiei, cum rezultă ea din viziunea cuantică promovată de Max Planck la 1900.

### De la îndoială la certitudine

Teza susținută de Pompeiu, în 1905, a stârnit, inițial, îndoieli. Venea un român necunoscut să sfideze opinia curentă. Dar, această îndoială a durat numai patru ani, anume, până când rezultatul lui Pompeiu a fost confirmat de Arnaud Denjoy și pe urmă și de alții. A fost o perioadă de câțiva ani de îndoială, de dilemă, privind această teză a unui român. Și tot așa a ținut-o Pompeiu toată viața, a făcut spectacol din tot ceea ce i-a trecut prin minte și din tot ceea ce a publicat. Și am să trec în revistă câteva situații.

### O predare de ștafetă

Am scris mult despre Dimitrie Pompeiu. În cartea mea „*Din gândirea matematică românească*”,

din 1975, vă dați seama sunt vreo 40 și ceva de ani de atunci, i-am consacrat multe pagini și acum, în vederea acestei reconsiderări, am recitat ce am scris acolo, am recitat și ce am spus la Academia Română, când a fost Centenarul nașterii sale și mai târziu cu alte ocazii și acum îmi dau seama că trebuie să spun lucruri pe care nu eram în stare să le spun atunci; trebuie să vă spun că unele lucruri le-am înțeles abia recent și am să încep cu unul dintre ele.

Veți vedea cât de nerespectuoși suntem noi față de Dimitrie Pompeiu. Când spun „noi” mă gândesc la noi cei care predăm Analiza Matematică, la Universitate și chiar la liceu la ultimele clase. Pentru mine, Dimitrie Pompeiu aș putea spune, să folosesc metafora asta sportivă: „parcă mi-a servit la fileu mingile pe care le așteptam”, care mă pasionau să le preiau, să le joc în continuare. A fost personalitatea care parcă mă aștepta pe mine să-mi predea ștafeta; evident, că aici exagerez peste măsură, dar, am avut impresia că parcă eram unul dintre cei pe care el îi aștepta să le predea ștafeta. Și într-adevăr, o bună parte din lucrările mele au constituit o preluare de ștafetă de la Dimitrie Pompeiu.

### Nu poate lipsi din didactica analizei matematice

Vă dau un exemplu pe care l-am înțeles mai bine abia în ultimele săptămâni și o să vedeți de ce. Toți cei care predau Analiza Matematică știu că o problemă esențială pe care trebuie să o explici studenților de anul I, fie la Politehnică, fie la Universitate, fie elevilor din ultima clasă de liceu, este relația dintre primitivă și integrală, dintre derivată și funcție integrabilă și am să vă arăt că, în această explicație, nu are voie să lipsească o funcție pe care o numim de multă vreme *derivata lui Pompeiu*. Dar, spun asta nu pentru că Pompeiu e român, ci pentru că ceea ce am spus acum e valabil pentru oricine predă Analiză Matematică în lume; istoria nu o cunoașteți pentru că nu prea a fost relatată, se învață la noi anumite fapte, dar istoria lor rămâne necunoscută.

### Pornind de la Vito Volterra

În volumul *Analiză Matematică* al Profesorului Miron Nicolescu, la capitolul despre derivată și integrală era un exemplu al lui Volterra, de funcție derivată mărginită, care nu este integrabilă Riemann pe un anumit interval. Vito Volterra îl găsisse pe la 1881. Ulterior, când am luat contact cu opera lui

Pompeiu, am constatat că teza sa este o adevărată comoară; acolo este partea cea mai profundă, mai grea a contribuțiilor lui. Acolo exista ascunsă o derivată neintegrabilă Riemann, mult mai atrăgătoare, mai interesantă decât aceea din exemplul lui Volterra. La acesta din urmă, era vorba de o funcție, care nu e integrabilă Riemann pe un interval  $[a, b]$ , dar este integrabilă pe anumite subintervale. Prin contrast, la Pompeiu derivata propusă nu este integrabilă pe niciun subinterval, oricât de mic ar fi acesta. Era clar că exemplul lui Pompeiu este mult mai puternic decât cel al lui Volterra.

### Caracterizarea topologică a derivatelor

Atâta lume s-a inspirat din aceste derivate ale lui Pompeiu, că pur și simplu te sperii în câte direcții s-au dovedit utile. Teza de doctorat a lui Gustave Choquet, o teză care a făcut istorie, în care se prezintă o caracterizare topologică a derivatelor, se prevalează de derivatele lui Pompeiu tocmai în stabilirea caracterizării menționate: o funcție reală pe  $[a, b]$  este o transformată topologică a unei derivate dacă și numai dacă are proprietatea lui Darboux și este de prima clasă Baire. Numai că Choquet se prevalează de derivatele lui Pompeiu, dar fără referire explicită la numele acestuia.

Adevărul este că denumirea de *derivată a lui Pompeiu* am introdus-o eu într-un articol din *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* și, după aceea, a fost preluată de toți maeștrii domeniului, din a doua jumătate a secolului trecut. Dar, exemplul lui Pompeiu figurează și în marile tratate de la începutul secolului trecut, cum ar fi cele ale lui E. W. Hobson, din 1907, la Cambridge, și cel al lui J. Pierpont, publicat în 1911, la Londra, însă fără semnarea semnificației lui în ceea ce privește relația dintre primitivă și integrală.

### Sursa istorică a exemplului lui Volterra

Mă tot gândeam ce-i cu acel exemplu al lui Volterra, în ce context apăruse. Știți când am căpătat răspunsul? În urmă cu două luni, când am primit de la *Mathematical Reviews*, la recenzie, o carte despre viața și opera lui Vito Volterra. Acolo, într-un capitol inițial, se arată în ce împrejurări a construit Volterra acel exemplu și o să vedeți imediat în ce împrejurări a venit Pompeiu cu acel exemplu; era menit să invalideze o „teoremă” care pretindea că furnizează o caracterizare a funcțiilor mărginite, integrabile Riemann.

În secolul al XIX-lea, în toată perioada ulterioară momentului în care Riemann introdusese ideea de integrabilitate, care îi poartă numele, a apărut întrebarea firească a condiției necesare și suficiente pentru ca o funcție reală mărginită pe  $[a, b]$  să fie integrabilă Riemann. Darboux o completase cu integralele Darboux superioară și inferioară, iar integrabilitatea Riemann revenea la egalitatea celor două integrale Darboux. Se știa că funcțiile continue sunt integrabile, dar se știa și că există funcții discontinue, care sunt integrabile și imediat întrebarea era: cât de discontinuă poate fi o funcție ca să fie integrabilă Riemann? Și a avut credit un german, Hermann Hankel, care, prin anii, 1860–1870, lansase o pretinsă teoremă, care spunea: pentru ca o funcție mărginită să fie integrabilă Riemann este necesar și suficient ca discontinuitățile ei să formeze o mulțime cu complementară densă. Funcția lui Volterra venea ca un contraexemplu la afirmația lui Hankel.

### Învățăm teoreme, fără a afla la ce întrebări s-au constituit ele ca răspuns

Până în momentul în care Pompeiu venise cu ale sale derivate mărginite, neintegrabile Riemann, se acumulase o literatură imensă de funcții cu derivata în orice punct, care se anulează în orice interval, măcar într-un punct, dar nu sunt identice nule pe niciun subinterval. Pompeiu se referă la ele în mod insistent, în toate construcțiile lui. Dar, nici Pompeiu nu s-a preocupat de situația derivatelor sale în ceea ce privește integrabilitatea Riemann.

Morala acestei istorii? Noi învățăm în general o matematică făcută din rezultate disparate, dar fără a cunoaște contextul lor istoric. De foarte multe ori, învățăm teoreme, fără a afla la ce întrebări s-au constituit ele ca răspuns.

### Pionier al folosirii integralei Lebesgue

Pompeiu are un merit considerabil, care este recunoscut într-o carte celebră privind istoricul integralei Lebesgue (Thomas Hawkins, *Lebesgue's Theory of Integration*, Chelsea Publishing Company, 1979). Această carte îl recunoaște pe Pompeiu drept pionier al folosirii integralei Lebesgue. Așa a folosit Pompeiu în teza integrala Lebesgue, a folosit-o chiar atunci când ea apăruse. Este un caz extraordinar, a folosit-o esențial; el putea să spună că integrala Lebesgue a apărut pentru că se știa că el avea nevoie de ea. Lebesgue schimbă complet modul de a

înțelege procesul de integrare. Modul în care Pompeiu a atacat problema singularităților este și el foarte interesant; el și-a dat seama că ceea ce interesează, în primul rând, este întinderea lor, măsura lor. A fost unul dintre pionieri, în această privință. Așa s-a născut, ulterior, un nou capitol al matematicii, teoria măsurii.

### **Simplitate, economie de mijloace, aparenta lipsă de efort**

La Pompeiu, ai impresia că totul se face de o manieră extraordinar de simplă, fără niciun efort. Această atitudine o întâlnim nu numai în matematică și nu numai în știință. Este vizibilă și în sport, la marii jucători. Federer în tenis, chiar dacă acum nu mai este numărul unu, dar se detașează de ceilalți prin aparenta lipsă de efort, prin înlăturarea gesturilor, mișcărilor inutile. Acesta era Pompeiu și modul în care el își ținea cursurile, știu asta din relatările profesorilor mei. Venea cu mânuși, nu stătea să transpire făcând calcule la tablă; el știa că un curs oral trebuie să fie, în primul rând, un curs de idei. Am niște fragmente din cursul său de *Ecuatii diferențiale în domeniul complex*, dar lucrul acesta era unul extraordinar la el, să înțelegi că adevărata matematică este aceea făcută cu simplitate, cu eleganță și cu artă. Era un bijutier.

### **Sărbătorit, dar puțin cunoscut și folosit în educație**

Putem să enumerăm bijuteriile pe care le-a produs și fiecare din ele a generat un spectacol. Ne reamintim de Pompeiu la cifre rotunde, dar uitați-vă și dumneavoastră la toate cursurile de Analiză. S-au tipărit la noi în țară peste o sută de cursuri de Analiză pentru anul I. Nu veți găsi mai mult decât unul sau două în care apare Pompeiu, atunci când e vorba de relația dintre derivată și integrală. Și deși am semnalat aceste carențe, încă în cartea mea din 1975, am vorbit la pereți, pentru că și acum nu îl vedem pe Pompeiu, atunci când trebuie să-l cităm, cu ceea ce a făcut el în știință. Vorbim despre el doar la aniversări.

### **Risipă de bujuterii**

Să observăm și mersul istoriei: ceea ce la momentul său istoric era cercetare, după un timp a devenit ceva care se predă chiar la ultima clasă de liceu. Trebuia să intre și Stoilow și Miron Nicolescu,

în didactica Analizei matematice, dar, înainte de toți, trebuia să intre Pompeiu și n-a intrat nici până acum. Pompeiu a fost maestru și prin modul în care, uneori, a greșit. În ce sens? În sensul că greșeala lui a fost atât de provocatoare, încât pe urmele ei au mers mulți matematicieni și, în mod periodic, apar articole de sinteză privind contribuții la *problema lui Pompeiu*. În ce a constat aceasta problemă? El a fost mereu cu intuiția cu un pas înainte. El a crezut, de pildă, că dacă integrala unei funcții continue este nulă pe orice disc de rază dată, atunci funcția aceea trebuie să fie identic nulă. Aici intervine, esențial, continuitatea funcției. Până la urmă, s-a dat un contraexemplu, dar acest contraexemplu a creat o ambiție internațională de a găsi acele tipuri de mulțimi pe care conjectura lui Pompeiu se realizează. Sau, de pildă, o altă provocare: Pompeiu a avut o adevărată pasiune pentru *teorema creșterilor finite*. Era clar că teorema creșterilor finite e una dintre acele teoreme la care e foarte greu să formulezi, cum ar suna reciproca. Avem  $n$  variante posibile. Și aici a existat o întreagă literatură. Cine a reușit să pună punctul pe  $i$ ? Nici nu vă gândiți! Unul dintre foștii noștri studenți, o celebritate a olimpiadelor de matematică: Victor Nistor, prin articolul *On a problem of Pompeiu* din *Revue Roum. Math. Pure et Appl.* (tome XXVII, no. 10, p. 1053-1058, 1982). Oriunde Pompeiu producea o astfel de bijuterie, imediat se producea o aglomerație de autori, care căutau să profite de acea nouă bijuterie, de parcă era un stup de albine.

### **A rezolva probleme sau a construi teorii?**

Problema coeficientului de contracție. Pompeiu a avut o notă, el fiind, în general, autorul textelor scurte, cum se spune și în literatură: *proza scurtă* nu avea timp de vorbă multă. A constatat că la polinoamele de gradul al treilea acel  $\theta$  intermediar din teorema creșterilor finite poate fi, întotdeauna, ales să fie mai mic decât  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ . Noi spunem, în

general, că punctul intermediar din teorema creșterilor finite există, dar nu știm unde e situat. Totuși, în unele situații putem spune că nu e total necunoscut. Iarăși au apărut după el o mulțime de autori. Să nu mai vorbesc de derivata areolară din domeniul complex, care, iarăși, a generat o cohortă de autori, care s-au ținut după Pompeiu. Din anumite puncte de vedere, Paul Erdős a manifestat o atitudine similară față de matematică. Ca și la Pompeiu, foarte rar găsești la matematicianul maghiar ambiția de a introduce noțiuni noi, de a face teorii. Nu! El lucrează cu materialul existent, adică totdeauna îți dai

seama că își pune întrebări foarte naturale. Cum de nimeni nu s-a întrebat, înainte de el, asupra aceluia lucru? În cartea mea din '75, am foarte multe exemple de mare finețe, din care se vede că derivatele lui Pompeiu au iradiat în toate direcțiile. Imediat ce deschizi topologia lui Kuratowski, vezi cele mai năstrușnice exemple de spații topologice mai speciale, construite cu ajutorul derivatelor lui Pompeiu.

### Distanța Pompeiu-Hausdorff

Felix Hausdorff în *Grundzüge der Mengenlehre* acordă un loc de cinste lui Dimitrie Pompeiu. Ar fi fost necesar un articol în revista *Historia Matematica*, în care să se pună lucrurile la punct, adică Hausdorff îl citează pe Pompeiu foarte corect, dar, în același timp, introduce o modificare în expresia *distanței lui Pompeiu* între multimi închise. Cartea lui Hausdorff a avut, desigur, o circulație mult mai mare decât teza lui Pompeiu și cei mai mulți autori au numit-o *distanța lui Hausdorff*. Dar, Hausdorff îl citează pe Pompeiu, Kuratowski, de asemenea, și ar fi fost normal să apară un articol în *Historia Matematica*, în care să se facă aceste precizări de istorie, pentru că, într-adevăr, acum mai sunt autori care folosesc *distanța Hausdorff-Pompeiu*, dar cei mai mulți o numesc *distanța Hausdorff*. În această privință, pot să vă dau două exemple de succes românesc: un exemplu este cel al articolului meu în colaborare cu Cristian Calude și Ionel Tevy în *Historia Matematica*, în urma căruia numele lui Gabriel Sudan este pus întotdeauna alături de cel al lui Ackermann, când e vorba de funcții recursive care nu sunt primitiv recursive. Al doilea exemplu este legat de Barbilian, de spațiile Barbilian, care, uneori, nu au fost identificate ca atare, articol publicat de Bogdan Suceavă în *Historia Matematica*. Ar fi necesar un articol similar în legătură cu distanța Pompeiu-Hausdorff. Mi se pare foarte curios, că cel puțin eu, nu am găsit niciun gând al lui Barbilian despre Dimitrie Pompeiu. El a scris foarte frumos despre Țițeica pentru că i-a fost asistent și pentru că a mers pe domeniul geometriei, dar nu pot înțelege cum de nu a fost marcat Barbilian de personalitatea lui Dimitrie Pompeiu.

Alte exemple, ca să vedeți în câte direcții bat ideile lui Pompeiu. Ați auzit de ecuațiile diferențiale Lavrentiev. Sunt ecuații de forma:  $dy/dx = f(x, y)$ , cu  $f(x, y)$  continuă. În condiții de continuitate, se știe că este asigurată existența soluțiilor, dar nu și unicitatea lor. Și nu era clar, cât de mult se pot abate soluțiile de la unicitate.

### Derivate Pompeiu și ecuații Lavrentiev

Și a venit exemplul lui Lavrentiev, în care e posibil, dacă funcția e continuă, dar nediferențiabilă, ca prin fiecare punct să treacă o infinitate de integrale. Ei bine, Froda, care a fost și el unul dintre cei care au căzut în patimă după Pompeiu, a demonstrat că, cu derivatele lui Pompeiu, se pot construi ecuații Lavrentiev, adică ecuații în care prin fiecare punct trec o infinitate de soluții. Nu-mi mai rămâne să vă spun că, dacă îl vizitați azi pe Pompeiu pe Google Scholar, comparându-l cu cei din generația lui, veți constata că a fost cel mai rezistent.

### Fire de artist

Să nu pierdem din vedere personalitatea artistică a lui Dimitrie Pompeiu. Am evocat în cartea mea o întâlnire despre care am aflat din cartea Agatei Bacovia, soția poetului George Bacovia. O întâlnire între Pompeiu și Bacovia, o întâlnire extraordinară. Pompeiu a venit ca un umil ascultător în ultima bancă, la o șezătoare literară, la care personajul principal era Bacovia. Și, la sfârșit, Pompeiu s-a apropiat de poetul Bacovia și i-a spus: *Sunt matematician, dar mă declar că sunt pasionat de poezia dumneavoastră și vă iubim foarte mult*, și Bacovia a răspuns: *Îmi pare rău că nu pot să vă răspund prin reciprocitate*. Dar, în toate felurile, s-a putut vedea că Dimitrie Pompeiu era o fire de artist. Din păcate, matematica pe care noi o predăm în școli și universități e foarte departe de stilul lui Pompeiu.

### Între idei și calcule

Nu spun că trebuie adoptat obligatoriu stilul lui Pompeiu, dar poate că era bine să fi existat un echilibru între stilul Pompeiu și stilul Țițeica - stilul care dă atenție, în primul rând, ideilor și cel care pune accentul pe tehnica de calcul. Dar, de fapt, și Țițeica și Pompeiu le știau bine pe amândouă. Tehnicile legate de derivatele lui Pompeiu sunt foarte complicate, sunt de mare finețe, dar la noi a prevalat matematica ce se face cu cât mai puține cuvinte și care este cu totul diferită de stilul lui Pompeiu. Cred că era bine să realizăm un echilibru între cele două stiluri, să demonstrăm și capacitățile tehnice ale matematicii, dar și capacitățile ei ideatice și culturale. Din păcate, matematica pe care noi o cultivăm și în predare și în cercetare, de prea multe ori ascunde ideile, dacă ele există, și uneori, stai și te întrebi, dacă ele există.

## Impact semnificativ

Pompeiu, prin tot ce a produs, a avut un impact semnificativ. Aproape la fiecare bijuterie pe care a produs-o, a avut ecouri imediate. Puțini matematicieni români au avut această șansă, dar poate nu este vorba de șansă, ci de capacitatea lui de a atrage atenția. Adică a venit cu lucruri aparent simple și care au provocat curiozitatea.

Dacă privesc la generația profesorilor mei, generația celor care i-au avut ca profesori pe Pompeiu și pe Țițeica, constat: că matematicieni atât de diferiți între ei, ca Onicescu, Moisil, Miron Nicolescu, Nicolae Teodorescu etc., când e vorba să răspundă la întrebarea: „Din ce te tragi?”, primul nume pe care îl pronunță este „Pompeiu”. Am verificat personal acest lucru, pentru că vă informez, dacă nu știți, că am luat interviuri și lui Onicescu și lui Teodorescu, de Miron Nicolescu să nu mai vorbesc, unele au fost publicate în revista *Manuscriptum*.

## Mulți l-au simțit ca mentor

Când îi întrebai: „Cine îți sunt mentorii?”, primul cuvânt era „Pompeiu”. Deci, din acest punct de vedere, să nu se supere Țițeica, Pompeiu l-a depășit ca impact uman. Țițeica a fost mult citat în literatură, dar mă refer aici la impactul uman direct. Pompeiu a fost neîntrecut în această privință. Și pot să înțeleg acest lucru, când văd cât de mult m-a marcat pe mine, care n-am beneficiat de un contact personal cu Pompeiu, dar numai din ce am citit despre el și ce mi s-a relatat, am căzut într-o patimă din care nu mai pot să ies.

Pompeiu era, și prin prezența lui fizică, un om de care te îndrăgosteai imediat. Adică era tot ce se putea imagina împotriva rutinei și împotriva plictiselii. Și gândiți-vă că, dacă nu găsea acest învățător sprijinul material, care, în momentul util, să-i dea posibilitatea să evadeze în lume, putea să rămână un ilustru necunoscut. Unicitatea lui Pompeiu în cultura românească este dată de capacitatea lui de a veni cu ceva care sfidează mentalitatea dominantă.

## Românii din Paris merită o monografie

Ar trebui să existe o monografie a românilor la Paris. Toți cei pe care i-am înșirat au mers pe urmele Parisului, s-au îmbibat de cultură franceză, evident, că mai toți au preluat ștafeta în mare măsură de la matematicieni francezi. Matematica franceză și cea germană reprezentau matematica dominantă a epocii. Dar, după ce am citit cartea despre Volterra, mi-am

dat seama că și matematica italiană a ținut pasul destul de bine cu cea franceză și cea germană, chiar dacă nu a fost la nivelul lor, dar a fost imediat după ele. În această monografie despre Volterra nu am găsit nicio referință la relațiile lui Volterra cu românii, în timp ce, într-o monografie mai veche, pe care am găsit-o în limba rusă, despre Volterra, erau foarte multe referințe la toți cei care au avut legături cu acesta. Pentru marii matematicieni români de la începutul secolului al XIX-lea, Volterra a fost o referință esențială, a jucat un rol împreună cu Levi-Civita, pentru Onicescu, pentru Vrânceanu, pentru Moisil, Nicolescu, Lalescu etc. Toți aceștia nu aveau încotro, trebuiau să pornească, să învețe ce au făcut cei avansați, dar nu s-au mulțumit doar să învețe ce au făcut alții, au știut să adauge lucruri din capul lor, care să marcheze, care să spună: uite, au și românii un cuvânt de spus în matematică. Și în alte domenii, am dat, cum am remarcat mai sus, pe Xenopol, Tzara, Eliade, care, ca și Pompeiu, au explodat la Paris.

## Universalitatea matematicii

Acum am să închei cu următorul exemplu, ca să vedeți ce capacitate are matematica, de a coagula idei venite din toate orizonturile. Eu am venit azi de la Iași. La sfârșitul acestei luni, pe 28 octombrie, merg din nou la Iași. De ce? Pentru că pe 29 octombrie la Universitatea „Alexandru Ioan Cuza” din Iași va fi făcut Doctor Honoris Causa un laureat Nobel în științe economice, Kenneth J. Arrow, cu mama născută la Podu Iloaiei și tatăl născut la Iași, iar teorema de imposibilitate a lui Kenneth Arrow, care este o teoremă de matematică, în toată puterea cuvântului, a avut un impact esențial în cvazi-totalitatea domeniilor cunoașterii: matematică, informatică, științe economice, științe sociale, biologie, psihologie, filozofie, și voi prezenta un raport în această privință despre impactul teoremei lui Arrow în cultura românească. Deci, iată ce poate să facă matematica.

Matematica are această forță potențială, pe care trebuie să o actualizăm.