# Formarea specialiştilor în ştiinţele naturii (Training specialists in natural sciences)

NICOLAE BONCIOCAT[a♣], CONSTANTIN MIHAILCIUC[b*]

[a]*Institutul Naţional de Cercetare – Dezvoltare pentru Electrochimie şi Materie Condensată, Str. Dr. A. Păunescu Podeanu, nr.144, 300569 Timişoara, Timiş, România*

[b]*Facultatea de Chimie, Universitatea din Bucureşti, Departamentul de Chimie Fizică, Bld. Regina Elisabeta 4-12, 030018, Bucureşti, România*

Dr. Nicolae Bonciocat passed away on 31 iulie 2014. A prominent scientific personality, with an exceptionally wide background in Chemistry, Physics and Mathematics, an equally passionate practitioner of fundamental and experimental research and a Professor displaying exceptional professional skill, Dr. Nicolae Bonciocat was constantly preoccupied by the educational system, in particular by what is offered to the student or Ph.D student, as well as when, how and how much is offered. In this lecture, with persuasion and rigour, with originality and scientific culture, with logic and elegance, Dr. Nicolae Bonciocat introduces his concept on the organization of the educational system, from elementary school to doctorate studies, interpreting the Abel integral equation and generating an Abel-type model of education.

*Keywords*: Abel-type education, Abel integral equation, Natural sciences

## 1. Motivaţie

Ecuațiile integrale pot juca un rol important în programarea modului în care trebuie să decurgă predarea cunoștințelor în decursul procesului îndelungat de formare a specialiștilor în științele naturii.

Caracteristica comună a activităților de cercetare, în domeniile științelor naturii, o reprezintă faptul că ele se bazează pe cunoașterea, la zi, a cercetărilor întreprinse în direcția de cercetare respectivă. Procesul de învățământ începe, însă, odată cu intrarea în școala primară și se desfășoară pe mulți ani, pentru a ajunge în situația de a putea fi, cât de cât, la curent cu cercetările care se întreprind în direcția de interes. Această situație poate fi atinsă doar prin terminarea unui doctorat apreciat ca foarte bun.

În continuare, procesul de învățământ trebuie să asigure celor care, prin rezultatele obținute în cadrul doctoratului, au dovedit aptitudini certe pentru cercetarea științifică, un “post-doctoral training” în centre universitare, sau de cercetare, de prestigiu internaţional. În felul acesta, se continuă predarea de cunoștințe în timp, cât și acumularea totală de cunoștințe pe tot parcursul procesului de învățământ.

## 2. Punerea problemei

Să notăm prin $\rho(u)du$ totalitatea cunoștințelor predate în intervalul de timp $[u, u+du]$ aparținând intervalului total $[0,t]$, unde $t$ este momentul actual de timp și prin $C(t)$ totalitatea cunoștințelor care se doresc a fi acumulate în intervalul total $[0,t]$.

Întrucât, după cum am precizat mai sus, cunoștințele care trebuie să aibă ponderea cea mai mare sunt cele “la zi”, de exemplu, cele care se însușesc în apropierea timpului actual $t$, și nu cele dobândite la începutul procesului de învățământ, legătura dintre $C(t)$ și $\rho(t)$ poate fi exprimată printr-o integrală definită (între momentele de timp $0$ și $t$) a cărei valoare $C(t)$ o dă, în primul rând, contribuția cunoștințelor acumulate, într-o perioadă de timp relativ scurtă $[u,t]$, anterioară momentului $t$. O astfel de integrală definită poate avea forma:

$$C(t) = \int_0^t \frac{\rho(u)}{(t-u)^{\alpha}} du \qquad \alpha > 0 \qquad (1)$$

♣Discurs (partea care se adresează învăţământului de tip Abel) susţinut cu ocazia primirii titlului de Doctor Honoris Causa al Universităţii de Vest din Timişoara. De apariţia şi tehnoredactarea discursului şi introducerea subtitlurilor s-a preocupat Dr. Constantin Mihailciuc, fost colaborator şi doctorand al Dr. Nicolae Bonciocat.

întrucât, după cum se vede, ponderea momentelor de timp $u$ este cu atât mai mare cu cât valoarea $u$ este mai apropiată de valoarea $t$ (când $\frac{1}{(t-u)^{\alpha}} \to \infty$).

Ecuațiile integrale de genul întâi au forma:

$$\int_a^b K(x,s)f(s)ds = g(x) \tag{2}$$

în care funcția cunoscută este $g(x)$ , iar funcția necunoscută, care se cere obținută, este funcția $f(x)$.

## 3. Integrala *Abel* şi învăţământ de tip *Abel*

Printre ecuațiile integrale de tipul (2), un rol aparte îl are ecuația integrală *Abel*, care are forma:

$$\int_0^x \frac{f(s)}{(x-s)^{\alpha}} ds \qquad 0<\alpha<1 \tag{3}$$

și are soluția:

$$f(x) = \frac{sin\,\alpha x}{\pi}\left(\frac{g(0)}{x^{1-\alpha}} + \int_0^x \frac{g'(s)}{(x-s)^{1-\alpha}} ds \right. \tag{4}$$

După cum se vede, impunând și în relația (1) condiția $0<\alpha<1$ , ea poate fi considerată o ecuație integrală de tip *Abel*, în care funcția cunoscută este $C(t)$ și reprezintă modul în care se dorește să evolueze, în timp, totalitatea cunoștințelor dobândite pe parcursul întregului proces de învățământ, iar $\rho(t)$ este funcția necunoscută, care rezultă prin rezolvarea ecuației integrale și exprimă modul în care procesul de învățământ trebuie să transmită cunoștințele, în timp, pentru a se realiza deziderațul exprimat de funcția cunoscută $C(t)$.

Acest proces de învățământ ar trebui denumit „de tip *Abel*”, pentru a indica faptul că este descris de o ecuație integrală de tip *Abel*, care pune accentul pe cunoștințele dobândite în apropierea momentului actual. Această precizare trebuie subînțeleasă în toate dezvoltările care urmează.

Pentru simplificare, să considerăm $\alpha = 1/2$ în ecuația integrală (1), când soluția ei va fi:

$$\rho(t) = \frac{1}{\pi}\left(\frac{C(0)}{\sqrt{t}} + \int_0^t \frac{C'(u)}{\sqrt{t-u}} ds \right. \tag{5}$$

unde derivata $C'(u)$ este și ea o funcție cunoscută.

## 4. Funcţii cunoscute $C(t)$ şi transmiterea cunoştinţelor

Pentru a vedea utilitatea relației astfel obținute, să o aplicăm pentru câteva funcții cunoscute $C(t)$. Să începem cu primul exemplu, cea mai simplă $C(t)=kt$. Ne vom baza pe formula:

$$\int_0^t (u-0)^m (t-u)^n du = (t-0)^{m+n+1} \frac{\Gamma(m+1)\Gamma(n+1)}{\Gamma(m+n+2)} \tag{6}$$

$(t>0;\ \ m>-1;\ \ n>-1)$, unde funcția gamma satisface relația de recurență:

$$\Gamma(n+1) = n\Gamma(n); \qquad \Gamma(1)=1; \quad \Gamma(1/2)=\pi \tag{6a}$$

Rezultă, astfel, $C(u)=ku$ și $C'(u)=k$. Introducând în relația (5):

$$\rho(t) = \frac{1}{\pi}\int_0^t k(t-u)^{-1/2} du = \frac{2k}{\pi} t^{1/2} \tag{7}$$

Pentru a obține un bagaj de cunoștințe totale, care crește proporțional cu timpul, procesul de învățământ trebuie să asigure o transmitere de cunoștințe care crește proporțional cu $t^{1/2}$.

Odată aflată densitatea $\rho(t)$, putem găsi pentru ce timp $\tau<1$ are loc egalitatea (vezi ecuația (1)):

$$pt = \frac{2}{\pi}\int_\tau^t u^{1/2}(t-u)^{-1/2} du \tag{8}$$

și prin aceasta putem stabili intervalul de timp $t-\tau$ din intervalul total de timp $(t-0)=t$ , pe parcursul căruia transmiterea de cunoștințe cu densitatea temporară $\rho(u) = \frac{2k}{\pi}u^{1/2}$, cu $u \in [\tau, t]$, însumează un procent prestabilit $p$ din totalitatea cunoștințelor care doresc a fi până la momentul $t$.

Evident, egalitatea:

$$\int_{\tau}^{t} u^{1/2}(t-u)^{-1/2}du = \int_{0}^{t} u^{1/2}(t-u)^{-1/2}du - \int_{0}^{\tau} u^{1/2}(t-u)^{-1/2}du \tag{9}$$

nu este corectă, deoarece $\tau - u < t - u$. Din motive de simplicitate, o vom folosi, cu precizarea că intervalele de timp $t-\tau$, care vor rezulta, sunt mai mari decât cele corecte, fără a se pierde însă caracteristica de bază a învățământului de tip *Abel*: intensificarea predării cunoștințelor spre sfârșitul intervalului. Dacă celor două integrale li se aplică formula (6), împreună cu relația de recurență (6a) rezultă, după efectuarea unor operații algebrice banale:

$$\int_{\tau}^{t} u^{1/2}(t-u)^{-1/2}du = \frac{\pi}{2}(t-\tau) \tag{9a}$$

și introducând în relația (8):

$$\frac{\tau}{t} = 1-p \tag{10}$$

Relațiile (9a) și (10) se pot obține direct, întrucât egalitatea (9) echivalează cu presupunerea că membrul drept al ecuației (8) reprezintă diferența $C(t)-C(\tau)=k(t-\tau)$.

Am preferat calea folosită pentru că mi-a permis testarea expresiei obținute pentru $\rho(t)$. Din acest motiv, o vom menține și în continuare.

În concluzie, dacă se dorește obținerea unui procent $p$ din totalul de cunoștințe $C(t)=kt$, se poate face abstracție de cunoștințele transmise în perioada $[0,\tau]$, a cărei durată reprezintă a $q^{-1}$-a parte din durata $t$ a întregului proces de învățământ, unde:

$$q = \frac{\tau}{t} = 1-p \tag{10a}$$

Dacă procentul $p$ dorit este $p=0.9$ din relația (10a), rezultă $q=0.1$, adică se poate face abstracție doar de cunoștințele transmise la începutul procesului de învățământ, pe o durată reprezentând doar a 10-a parte din durata totală a procesului de învățământ. Un astfel de învățământ nu pune accentul pe cunoștințele de dată recentă.

Să trecem la *al doilea exemplu,* în care $C(t)=kt^2$.

Atunci $C(u)=ku^2$, $C'(u)=2ku$ și introducând în aceeași relație (5):

$$\rho(t) = \frac{1}{\pi}\int_0^t 2k(t-u)^{-1/2}du = \frac{8k}{3\pi}t^{3/2} \tag{11}$$

care ne arată că un bagaj de cunoștințe totale, care crește proporțional cu pătratul timpului, se obține printr-un proces de învățământ, care transmite cunoștințele cu o densitate temporară $\rho(t)$ proporțională cu $t^{3/2}$. De data aceasta, ecuația care determină timpul $\tau$ va fi:

$$pt^2 = \frac{8}{3\pi}\int_{\tau}^{t} u^{3/2}(t-u)^{-1/2}du \tag{12}$$

În continuare, aplicând același procedeu bazat pe scrierea integralei din ecuația(12), ca diferență între două integrale și rezolvarea acestora, cu ajutorul formulei(6) și relației de recurență(6a), rezultă:

$$\int_{\tau}^{t} u^{3/2}(t-u)^{-1/2}du = \frac{3\pi}{8}(t^2-\tau^2) \tag{13}$$

Introducând în ecuația (12) obținem:

$$q = \frac{\tau}{t} = \sqrt{1-p} \tag{14}$$

De data aceasta, pentru a obține 90% din totalul de cunoștințe, se poate face abstracție de cunoștințele transmise în perioada $[0,q\tau]=[0,0.32t]$, întrucât $q=\sqrt{0.1}\cong 0.32$.

Un astfel de învățământ începe să prezinte interes pentru formarea specialiștilor în domeniile științifice.

Să analizăm, în fine, *cazul general* $C(t)=kt^s$ unde $s$ este nu număr natural. Acum $C(u)=ku^s$, $C'(u)=sku^{s-1}$, iar relația (5) conduce la următoarea expresie pentru densitatea temporară de predare a cunoștințelor:

$$\rho(t) = \frac{sk}{\pi}\int_0^t u^{s-1}(t-u)^{-1/2}du \tag{15}$$

Aplicând formula (6), rezultă:

$$\rho(t)=\frac{sk}{\pi}\frac{\Gamma(s)\Gamma(\frac{1}{2})}{\Gamma(s+\frac{1}{2})} \tag{16}$$

care ne arată că un bagaj de cunoştinţe total, care creşte proporţional cu $t^s$, se obţine printr-un proces de învăţământ de tip *Abel* care transmite cunoştinţele cu o densitate temporară $\rho(t)$, proporţională cu $t^{s-\frac{1}{2}}$.

Trecând la ecuaţia care determină timpul $\tau$, până la care se poate face abstracţie de cunoştinţele transmise prin procesul de învăţământ, pentru a obţine în intervalul rămas $[\tau,t]$ un procent $p$ din totalul de cunoştinţe posibile, ea are forma:

$$pt^s=\frac{\Gamma(s)\Gamma(\frac{1}{2})}{\Gamma(s+\frac{1}{2})}\frac{s}{\pi}\int_{\tau}^{t}u^{s-\frac{1}{2}}(t-u)^{-\frac{1}{2}}du \tag{17}$$

Aplicând procedeul folosit în cele două cazuri anterioare, rezultă pentru integrală, definită din ecuaţia (17), expresia:

$$\int_{\tau}^{t}u^{s-\frac{1}{2}}(t-u)^{-\frac{1}{2}}du= \frac{\Gamma(s+\frac{1}{2})\Gamma(\frac{1}{2})}{\Gamma(s+1)}(t^s-\tau^s) \tag{17a}$$

care introdusă în ecuaţia (17) conduce, în final, la următoarea expresie a raportului:

$$q=\frac{\tau}{t}=(1-p)^{\frac{1}{s}} \tag{18}$$

Tabelul 1, de mai jos, cu două intrări, prezintă valorile rapoartelor $q$, calculate cu relaţia (18), doar pentru valorile $p=0.8$, respectiv $p=0.9$, dar pentru mai multe valori ale exponentului $s$ al funcţiei putere $C(t)=kt^s$.

## 5. Semnificaţia raportului $q$

Pentru a înţelege semnificaţia valorilor $q$ din Tabelul 1, să considerăm $s=4$, adică să ne referim la un proces de învăţământ, în care totalitatea cunoştinţelor predate creşte, în timp, cu puterea a patra a timpului, i.e., $C(t)=kt^4$.

Atunci, valoarea $q=0.67$ ne spune că 80% din totalitatea cunoştinţelor predate în timpul total $t$ se predau în intervalul de timp $[0.67t,t]$, a cărui durată este $0.33t$, adică 33% din durata totală $t$ a procesului de învăţământ.

*Tabel 1. Valorile calculate pentru rapoartele $q$, calculate cu relaţia (18), pentru două valori ale procentului $p$ din totalul de cunoştinţe şi 10 valori ale exponentului funcţiei putere $C(t)=kt^s$.*

| **s** / **p** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.8 | 0.20 | 0.45 | 0.59 | 0.67 | 0.73 | 0.76 | 0.80 | 0.82 | 0.84 | 0.86 |
| 0.9 | 0.10 | 0.32 | 0.47 | 0.546 | 0.63 | 0.68 | 0.72 | 0.75 | 0.78 | 0.80 |

Similar, valoarea $q=0.56$ ne arată că 90% din totalitatea cunoştinţelor predate aparţin intervalului $[0.56t,t]$ a cărui durată reprezintă 44% din durata totală $t$.

Trebuie să subliniem faptul că valorile $q$ din Tabelul 1 nu depind de valoarea constantei $k$ din expresia funcției $C(t)=kt^s$, adică de faptul că procesul de învățământ predă, în totalitate, puține sau multe cunoștințe. Această concluzie ne va fi utilă mai târziu, când vom analiza separat diversele perioade (module), în care se descompune un proces de învățământ: școala primară, cursul inferior de liceu, cursul superior de liceu etc, având în vedere că, trecerea de la un modul la cel succesiv trebuie să schimbe și valorile $k$, respectiv $s$.

Să ne întoarcem la expresia (16) a densității temporare corespunzătoare funcției cunoscute: $C(t)=kt^s$, i.e., corespunzătoare exponentului $s$.

Dacă notăm prin $\rho_s(t)$ densitatea temporară, rezultă (pe baza relației (6a)) formula de recurență:

$$\rho_{s+1}(t)=\frac{2(s+1)}{2s+1}t\rho_s(t) \quad (19)$$

care ne permite să scriem ușor densitățile temporare de predare a cunoștințelor, prin care se realizează procesele de învățământ dorite, caracterizate prin funcțiile putere cunoscute $C_{s+1}(t)=kt^{s+1}$.

În Tabelul 2 sunt date aceste densități de predare, cât și rapoartele $\rho_{s+1}(t)/\rho_s(t)$, care arată cum trebuie să se amplifice densitatea temporară de predare $\rho_s(t)$ odată cu trecerea de la învățământ descris prin funcția putere $C_s(t)=kt^s$ la unul mai pretențios descris prin funcția putere $C_{s+1}(t)=kt^{s+1}$.

## 6. Programarea procesului de învăţământ *Abel*

Tabelele 1 și 2 ne vor servi, în continuare, pentru a exemplifica modul în care se poate programa un proces de învățământ pentru formarea unor specialiști în știință, fără a neglija, însă, dobândirea unei culturi suficiente și în celelalte domenii de activitate. Pe parcursul acestei exemplificări, voi încerca să fac și o comparație cu modul în care a decurs și încă decurge un astfel de proces, la noi în țară. Formarea unui specialist, într-unul din domeniile științei, începe cu prima zi de școală primară și se termină odată cu terminarea a cel puțin unui stagiu de specializare postdoctorală, într-o instituție de prestigiu din țară (dacă există astfel de instituții în domeniul științific respectiv), sau din străinătate. Pe durata totală a unui astfel de învățământ, distingem o serie de perioade așezate într-o secvență determinată, după cum urmează: școala primară (4 ani), cursul inferior de liceu (4 ani), cursul superior de liceu (4 ani), facultatea (3 sau 4 ani), cursuri de master (2 ani), doctorat (3 ani) și postdoctoral „training” (minimum un an).

După cum se vede, sunt necesari 20 sau 21 de ani și deci o astfel de pregătire se termină în jurul vârstei de 26 sau 27 de ani.

Evident, persoanele superdotate reduc această perioadă la aproximativ 18 ani, terminând-o în jurul vârstei de 23 sau 24 de ani.

Statisticile americane arată că dintre aceste persoane de excepție se recrutează, în primul rând, viitorii laureați ai premiului Nobel.

## 7. Etapele unui învățământ de tip *Abel*

În cele ce urmează, evident, ne vom baza pe secvența temporală, standard, dată mai sus, care amintește celor mai vârstnici și de modul în care a decurs procesul de învățământ la noi în țară, înainte de reforma efectuată după cel de-al Doilea Război Mondial.

Să începem cu *școala primară*. Totalitatea cunoștințelor predate trebuie să crească proporțional cu timpul, dar cu o pantă mică, pentru a se da posibilitatea elevilor (care de fapt sunt încă copii) să se joace, să facă sport, într-un cuvânt, să se dezvolte fizic și psihic pentru a dobândi o sănătate aproape perfectă, fără de care nu vor face față greutăților care-i așteaptă în viitor, atât în continuarea procesului de învățământ, cât și în profesia aleasă.

*Tabel 2. Densitățile temporare de predare $\rho_s(t)$ cât și rapoartele $\rho_{s+1}(t)/\rho_s(t)$, prin care se realizează procese de învățământ descrise prin funcțiile cunoscute $C_s(t)=kt^s$.*

| $s$ | $C_s(t)$ | $\rho_{s+1}(t)/\rho_s(t)$ | $\rho_s(t)$ |
|---|---|---|---|
| 1 | $kt$ | $4t/3$ | $2\frac{k}{\pi}t^{1/2}$ |
| 2 | $kt^2$ | $6t/5$ | $2.7\frac{k}{\pi}t^{3/2}$ |
| 3 | $kt^3$ | $8t/7$ | $3.2\frac{k}{\pi}t^{5/2}$ |
| 4 | $kt^4$ | $10t/9$ | $3.7\frac{k}{\pi}t^{7/2}$ |
| 5 | $kt^5$ | $12t/11$ | $4.1\frac{k}{\pi}t^{9/2}$ |
| 6 | $kt^6$ | $14t/13$ | $4.4\frac{k}{\pi}t^{11/2}$ |
| 7 | $kt^7$ | $16t/15$ | $4.8\frac{k}{\pi}t^{13/2}$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 8 | $kt^8$ | $18t/17$ | $5.1\frac{k}{\pi}t^{15/2}$ |
| 9 | $kt^9$ | $20t/19$ | $5.4\frac{k}{\pi}t^{17/2}$ |
| 10 | $kt^{10}$ | $22t/21$ | $5.7\frac{k}{\pi}t^{19/2}$ |

Insist asupra acestui fapt, întrucât experienţa pe care o am, ca persoană, care a funcţionat în cercetare şi învăţământ, mă îndreptăţeşte să afirm că, de modul, în care se desfăşoară şcoala primară, depinde, în continuare, procesul de învăţământ prin care se formează specialiştii în domeniile care asigură viitorul unei ţări. La noi, această primă perioadă de învăţământ trebuie schimbată radical prin reducerea semnificativă a cunoştinţelor care se predau, dar şi prin schimbarea mentalităţii părinţilor, care aleargă după premii, chinuindu-şi copiii, fără a-şi da seama că, în felul acesta, le distrug viitorul atât ca sănătate, cât şi ca specialişti înzestraţi cu creativitate.

În concluzie, această primă etapă trebuie, în termenii modelului nostru , să fie descrisă prin funcţia putere $C_1(t)=k_1t^1$, cu o valoare mică a constantei $k_1$. Această funcţie corespunde valorii $s=1$ şi, aşa cum rezultă din Tabelul 1, are proprietatea că obţinerea de cunoştinţe se face proporţional cu durata de timp parcursă, de exemplu, 80% din totalul de cunoştinţe se dobândesc tot în 80% din durata totală (căci 1-0.2=0.8).

Această proprietate este obligatorie, în acest prim modul al proceselor de învăţământ, întrucât, fiind vorba de primele cunoştinţe care se însuşesc, toate sunt la fel de importante. Densitatea de predare $\rho_1(t)$ trebuie să crească, în timp, după legea parabolică (a se vedea relaţia de recurenţă (19) sau Tabelul 2):

$$\rho_1(t)=2\frac{k}{\pi}t^{1/2}$$

deci, mai puţin decât proporţional cu timpul, pentru a compensa, astfel, ponderea mai mare a cunoştinţelor recente şi ajunge în situaţia că toate cunoştinţele obţinute sunt la fel de importante. Se vede, astfel, deosebirea totală faţă de şcoala primară de la noi, în care cunoştinţele se predau cu o densitate mai mult decât proporţională cu timpul.

Trecând la *cursul inferior de liceu*, se poate folosi un proces de învăţământ descris de funcţia putere: $C_2(t)=k_2t^2$ , care implică o densitate de predare crescândă, în timp, după legea (vezi Tabelul 2):

$$\rho_2(t)=2.7\frac{k}{\pi}t^{3/2}$$

Cât priveşte constanta $k_2$ , este recomandabil să rămână egală cu $k_1$, întrucât cunoştinţele totale $C_2(t)$ cresc oricum, de patru ori, căci $C_1(4)=4k_1$, iar $C_2(4)=16k_1$, dacă exprimăm timpul în ani.

O observaţie importantă trebuie făcută: faptul că am folosit expresia densităţii de predare: $\rho_2(t)$ , obţinută anterior, presupune că această perioadă a procesului de învăţământ este considerată, din punct de vedere al cunoştinţelor care se predau în ea, ca începând de la un moment $t=0$ de exemplu, cel când începe perioada şi durând până la momentul, când se termină. Altfel spus, toate cunoştinţele predate în această perioadă sunt considerate noi şi se adaugă la cele predate în şcoala primară. Acest mod de a considera etapele succesive ale procesului de învăţământ ca începând fiecare de la un moment $t=0$ , va fi păstrat în continuare.

Cât priveşte ponderea cunoştinţelor predate în această perioadă, din Tabelul 1 rezultă că 80% din totalul de cunoştinţe se predă în perioada $[0.45t,t]$ , respectiv 90%, în perioada $[0.32t,t]$. De data aceasta, începe să se vadă faptul că este vorba de un învăţământ de tip *Abel*, în care predarea cunoştinţelor se face, astfel încât, un procent tot mai mare din totalul de cunoştinţe să fie predat spre sfârşitul procesului de învăţământ.

Urmează *cursul superior de liceu* (4 ani), care fiind după trecerea „micului bacalaureat”, trebuie să reprezinte un salt semnificativ, atât din punct de vedere al totalului de cunoştinţe predate, cât şi al repartizării procentuale a lor spre sfârşitul perioadei, adică al liceului.

Aşa cum s-a arătat mai sus, valorile rapoartelor $q$ din Tabelul 1 nu depind de valoarea numerică a constantei $k_s$ din funcţia putere $C_s(t)=k_st^s$ , prin care se descrie procesul de învăţământ respectiv. Prin urmare, ultima cerinţă necesită schimbarea valorii exponentului $s$. Programul de învăţământ, în cursul superior de liceu, va fi descris, deci, prin funcţia putere $C_3(t)=kt^3$ şi densitatea de predare:

$$\rho_3(t) = 3.2\frac{k}{\pi}t^{5/2}$$

Să observăm că în funcțiile putere $C_s(t) = k_s t^s$ apar constantele $k_s$, care se exprimă în unități diferite, funcție de valoarea exponentului $s$, dar care pot rămâne egale numeric. Se poate, deci, folosi aceeași valoare numerică pentru constantele $k_2$ și $k_3$ căci, atunci, exprimând timpul în ani, totalitatea cunoștințelor predate în cursul superior al liceului va fi de patru ori mai mare decât a celor predate în cursul inferior de liceu (de exemplu, $C_3(t) = 4C2(t);\quad t = 4$; amplificare care mi se pare adecvată. Cât privește repartizarea procentuală a cunoștințelor predate, 80% se vor preda în intervalul $[0.59t,t]$ și 90% în intervalul $[0.47t,t]$, unde, ca și în cazul celorlalte două etape anterioare, $t = 4$ ani.

*Studiile universitare* se desfășoară pe parcursul a patru ani, în cazul universităților netehnice și a cinci ani, în cazul universităților tehnice. Perioada studiilor universitare se împarte și ea în două etape: prima cu durata de doi ani, a doua de doi, respectiv trei ani.Prima etapă trebuie să asigure însușirea unor cunoștințe de bază în toate cele patru științe: matematică, fizică, chimie și biologie, indiferent de profilul facultății respective și numai în a doua etapă, pe lângă continuarea predării cunoștințelor în cele patru științe, să apară și cursuri mai speciale, dar nu prea încărcate, având tematicile în acord cu profilul facultății respective.

Învățământul nostru universitar este greșit, atât prin faptul că nu asigură însușirea unor cunoștințe de bază în toate cele patru științe ale naturii, cât și prin predarea, cu lux de amănunte, doar a științelor care intră în profilul facultății respective.

Referindu-ne la primul ciclu universitar, totalitatea cunoștințelor, predate în el, trebuie să crească comparativ cu cele predate în cursul superior al liceului. De asemenea, și repartizarea procentuală a acestor cunoștințe, spre sfârșitul etapei, trebuie să se intensifice, căci aceasta este caracteristica de bază a unui învățământ „de tip *Abel*", care-l face apt pentru formarea specialiștilor în științele naturii.

Ca urmare, această primă etapă va fi descrisă de funcția putere $C_4(t) = k_4 t^4$ și densitatea de predare:

$$\rho_4(t) = 3.7\frac{k}{\pi}t^{7/2}$$

Din Tabelul 1 rezultă că, în această primă etapă, cu durata de 2 ani, 80% din totalul de cunoștințe se vor preda în intervalul $[0.67t,t]$ și 90% în intervalul $[0.56t,t]$, unde acum $t = 2$ ani.

Cât privește valoarea numerică a constantei $k_4$, ea poate fi menținută egală cu cea a constantei $k_3$, întrucât o dublare a cunoștințelor totale predate, în comparație cu cele corespunzătoare ultimilor doi ani, este suficientă. Într-adevăr, spre deosebire de liceu, acum cunoștințele se referă doar la domeniile științifice și, în plus, nici în învățământul universitar, programa analitică nu trebuie supraîncărcată.

Trecând la al doilea ciclu universitar, el trebuie să intensifice, în continuare, repartizarea cunoștințelor predate spre sfârșitul intervalului, care, după cum am văzut, implică creșterea, în continuare, a valorii exponentului $s$. Prin urmare, el va fi descris prin funcția putere $C_5(t) = k_5 t^5$ și densitatea de predare:

$$\rho_5(t) = 4.1\frac{k}{\pi}t^{9/2}$$

Valoarea numerică a constantei $k_5$ trebuie să fie mai mică decât a constantei $k_4$, întrucât, în acest al doilea ciclu universitar, trebuie să înceapă dezvoltarea creativității studenților prin îmbogățirea, pe baze proprii, a cunoștințelor, odată cu rezolvarea unor tematici de cercetare în laboratoarele universității. Evident, fiind încă din timpul studiilor universitare, totalitatea cunoștințelor predate în ciclul al doilea trebuie să rămână mai mare decât cea corespunzătoare primului ciclu, dar creșterea să fie mai mică. Din Tabelul 1 rezultă că, în ciclul al doilea universitar, 80% din totalul de cunoștințe se predau în intervalul $[0.73t,t]$ și 90% în intervalul $[0.63t,t]$, unde $t = 2$ ani (dacă ne referim la universitățile netehnice).

În continuare, urmează *cursurile de masterat* (2 ani), care sunt descrise de funcția putere $C_6(t) = k_6 t^6$ și densitatea de predare:

$$\rho_6(t) = 4.4\frac{k}{\pi}t^{11/2}$$

unde, din același motiv al dezvoltării creativității prin forțele proprii, valoarea numerică a constantei $k_6$ va fi mai mică decât cea a constantei $k_5$, dar, astfel încât, și totalitatea cunoștințelor predate prin procesul de învățământ, în perioada de master, să fie mai mică decât cea corespunzătoare ciclului al doilea universitar; într-adevăr, în această perioadă încep să fie tot mai importante cunoștințele dobândite de student prin cercetările teoretice sau experimentale, pe care le întreprinde, căci, numai în felul acesta studentul își dezvoltă creativitatea. Cât privește repartizarea cunoștințelor predate prin procesul de învățământ, în perioada de master, descrisă prin funcția $C_6(t)$, ea este mai bună decât cea corespunzătoare ciclului al 2-lea universitar; într-adevăr, 80% din totalul cunoștințelor se predau în intervalul $[0.76t, t]$ și 90% în intervalul $[0.68t, t]$ unde $t = 2$ ani.

În fine, în *perioada doctoratului* și mai ales spre sfârșitul lui, doctorandul trebuie să-și îmbogățească cunoștințele doar prin rezultatele originale obținute de el, de exemplu, să nu mai fie necesare cunoștințe predate prin procesul de învățământ. Din punct de vedere al modelului prezentat, aceasta înseamnă că în perioada doctoratului, cunoștințele predate: $C_s(t) = k_s t^s$ devin neglijabile, de exemplu, valorile constantelor $k_s$ tind spre zero.

## 8. Concluzie

În încheiere, țin să menționez că prin prezentarea acestui model, pe care l-am numit „de tip *Abel*”, nu doresc să rezolv problemele învățământului de la noi din țară.

Am dorit, însă, să arăt că ecuațiile integrale pot fi utile și pentru dezvoltarea unor cercetări pedagogice cu caracter de noutate și nutresc speranța că această conferință reprezintă o dovadă în acest sens.

*Autor corespondent: pc_mihailciuc@yahoo.com